

# OBJEM A POVRCH TĚLESA

## 9.

Objem tělesa (např. krychle, kvádr) je prostor, který těleso tvoří. Zjednodušeně řečeno vyjadřuje, kolik vody do uvedeného tělesa nalijete. Objem se počítá v metrech krychlových a v odvozených jednotkách a zapisuje se pomocí písmena  $V$ .

Obsah tělesa je velikost plochy, kterou těleso tvoří. Počítá se ve čtverečních metrech a v odvozených jednotkách, značí se písmenem  $S$ .

### Používané vzorce pro výpočet objemu

krychle	kvádr	pravidelný hranol	válec	koule
$V = a \times a \times a = a^3$	$V = a \times b \times c$	$V = Sp \times v$	$V = \pi r^2 \times v$	$V = \frac{4}{3} \pi r^3$

### Používané vzorce pro výpočet povrchu

krychle	kvádr
$S = 6 \times a \times a = 6a^2$	$S = 2 \times (a \times b + b \times c + c \times a)$

kde  $a$ ,  $b$ ,  $c$  jsou délky stran tělesa,  $Sp$  je obsah podstavy,  $v$  je výška tělesa,  $\pi$  je Ludolfovo číslo (jeho přibližná hodnota je 3,14),  $r$  je poloměr kruhu.



**Příklad 1**

Plavecký bazén v maďarské Budapešti je dlouhý 50 m a široký 30 m, hluboký je 30 dm. Je vydlážděn čtvercovými dlaždicemi o straně 20 cm. Kolik kusů dlaždic bude třeba, počítáme-li s 8% odpadem?

**Řešení.** Nejdříve vypočítáme povrch celého plaveckého bazénu. Dosadíme do vzorce pro výpočet povrchu kváдру. Dáme si pozor na skutečnost, že na hladině není dlažba. Potom vypočítáme, jak velkou plochu zabere jedna dlaždice. Vypočtený povrch vydělíme obsahem jedné dlaždice. Na závěr vynásobíme počet dlaždic číslem 1,08 (tím zjistíme potřebný počet dlaždic i s odpadem). Výsledný počet dlaždic se vždy zaokrouhluje na celé ks nahoru.

**Nyní vypočítáme povrch bazénu.**

$$S = ab + 2ac + 2bc$$

$$S = 50 \times 30 + 2 \times 50 \times 3 + 2 \times 30 \times 3 \quad \blacktriangleright \quad S = 1\,500 + 300 + 180 \quad \blacktriangleright \quad S = 1\,980$$

Povrch bazénu je 1 980 m<sup>2</sup>.

**Nyní vypočítáme obsah jedné dlaždice.**

$$S = a \cdot a = a^2 \quad \blacktriangleright \quad S = 20^2 \quad \blacktriangleright \quad S = 400$$

Obsah jedné dlaždice je 400 cm<sup>2</sup>. Nyní převedeme cm<sup>2</sup> na m<sup>2</sup>, tj. 400 cm<sup>2</sup> = 0,04 m<sup>2</sup>.

Potřebný počet dlaždic je:  $\frac{1\,980}{0,04} = 49\,500$  ks

Počet dlaždic (včetně odpadu 8 %) je:  $49\,500 \times 1,08 = 53\,460$  ks

**Odpověď.** Na vydláždění plaveckého bazénu v maďarské Budapešti je zapotřebí 53 460 ks dlaždic.

**Úlohy k dalšímu procvičení**

- 158.** Plavecký bazén v Sarajevu je dlouhý 50 m, široký 25 m a hluboký 35 dm. Je vydlážděn čtvercovými dlaždicemi o straně 40 cm. Kolik kusů dlaždic bylo potřeba, počítáme-li s 10% odpadem?

159. Bazén na vodní pólo v Římě je dlouhý 30 m, široký je 20 m a hluboký 30 dm. Je vydlážděný dlaždicemi o rozměrech 30 cm a 20 cm. Kolik bylo zapotřebí dlaždic, počítáme-li s 8% odpadem?
160. Bazén určený na soutěže ve skocích do vody v Pekingu je hluboký 4 metry, dlouhý 25 metrů a široký 20 metrů. Je vydlážděný čtvercovými dlaždicemi o straně 25 cm, kolik jich bylo zapotřebí, počítáme-li s 9% odpadem?

## Příklad 2

Jak vysoká je láhev s iontovým nápojem, kterou používají basketbalisté Los Angeles Lakers? Víme, že má tvar válce, průměr jejího dna je 8 cm a vejde se do ní jeden litr tekutiny.

**Řešení.** Nejdříve převedeme všechny potřebné údaje na stejné jednotky, tj. 8 cm = 0,8 dm.

Podstavou je kruh a při výpočtu obsahu kruhu musíme znát poloměr (v zadání je průměr), budeme tedy průměr dělit dvěma, tj. 0,8 dm = 0,4 dm.

Nyní známé údaje dosadíme do vzorce pro výpočet objemu válce a vypočítáme výšku. Výsledek zaokrouhlíme na jedno desetinné číslo.

$$V = Sp \times v \quad \blacktriangleright \quad 3,14 \times 0,4^2 \times v = 1 \quad \blacktriangleright \quad v = 19,9$$

**Odpověď.** Láhev je vysoká 19,9 cm.

## Úlohy k dalšímu procvičení

161. Vypočítejte objem plaveckého bazénu v Hamburku, jehož délka je 50 m, šířka 30 m a hloubka 25 dm.
162. Jaký objem má hokejová láhev ve tvaru válce, která má průměr dna 12 cm a vysoká je 16 cm. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa.
163. Jaký objem má nádoba ve tvaru válce, kde má tenisový trenér míčky? Víme, že její výška je 50 cm a průměr podstavy je 8 cm. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa.

**Příklad 3**

Vypočítejte objem a povrch fotbalového míče (koule), jehož průměr je 22,5 cm.

**Řešení.** Dosadíme do vzorce pro výpočet objemu a povrchu koule. Při výpočtu potřebujeme znát poloměr, proto vydělíme průměr koule dvěma ( $22,5 : 2 = 11,25$ ). Objem i povrch zaokrouhlíme na jedno desetinné místo.

$$V = \frac{4}{3} \times 3,14 \times 11,25^3 \quad \blacktriangleright \quad V = 5\,961,09$$

Nyní výsledek převedeme na litry:  $5\,961,09 \text{ cm}^3 = 5,96 \text{ litru}$ .

$$S = 4 \times 3,14 \times 11,25^2 \quad \blacktriangleright \quad S = 1\,589,6$$

**Odpověď.** Objem fotbalového míče je 5,96 litru a povrch fotbalového míče je  $1\,589,6 \text{ cm}^2$ .

**Úlohy k dalšímu procvičení**

164. Vypočtete objem a povrch tenisového míčku, jehož průměr je 9 cm. Výsledky zaokrouhlete na jedno desetinné místo.

---

165. Vypočtete objem a povrch míčku pro stolní tenis, jehož průměr je 3 cm. Výsledky zaokrouhlete na jedno desetinné místo.

---

166. Vypočtete objem a povrch volejbalového míče, jehož průměr je 19 cm. Výsledky zaokrouhlete na jedno desetinné místo.

---

167. Vypočtete objem a povrch baseballového míče, jehož průměr je 10 cm. Výsledky zaokrouhlete na celé číslo.

---

168. Vypočtete objem a povrch basketbalového míče, jehož průměr činí 25 cm. Výsledky zaokrouhlete na jedno desetinné místo.

---

169. Vypočtete objem a povrch házenkářského míče, jehož průměr je 15 cm. Výsledky zaokrouhlete na celé číslo.

---

170. Vypočtete objem a povrch atletické koule, jejíž průměr činí 11 cm. Výsledky zaokrouhlete na jedno desetinné místo.

**Příklad 4**

Plavecký bazén v americkém Phoenixu je dlouhý 50 m, široký 30 m a hluboký 30 dm. Za jak dlouho se naplní čtyřmi přívody vody po 25 000 litrech za hodinu?

**Řešení.** Nejprve musíme vypočítat objem bazénu (tj. kolik vody potřebujeme do bazénu napustit). Potom zjištěný objem vydělíme počtem litrů, které přitečou za jednu hodinu.

$$V = a \times b \times c \quad \blacktriangleright \quad V = 50 \times 30 \times 3 \quad \blacktriangleright \quad V = 4\,500$$

Nyní výsledek převedeme na litry:  $4\,500 \text{ m}^3 = 4\,500\,000$  litrů.

Za jednu hodinu se napustí 100 000 litrů ( $4 \times 25\,000$ ).

Potřebný čas je 45 hodin ( $4\,500\,000 : 100\,000$ ).

**Odpověď.** K napuštění bazénu je zapotřebí 45 hodin.

**Úlohy k dalšímu procvičení**

171. Bazén pro skoky do vody ve francouzském Sochaux je dlouhý 30 m, široký 30 m a hluboký 40 dm. Za jak dlouho se naplní, jestliže jedním přítokem vody přiteče 800 litrů za minutu a používají se tři stejně výkonné přívody?
172. Bazén na vodní pólo v italské Empoli je dlouhý 40 m, široký 30 m a hluboký 25 dm. Používají se dva přívody při výkonnosti 400 litrů za minutu, za jak dlouho se tedy bazén naplní?
173. Plavecký bazén v Klagenfurtu v Rakousku je dlouhý 50 m, široký 25 m a hluboký 30 dm. Za jak dlouho se naplní, jestliže jedním přítokem vody přiteče 600 litrů za minutu a používají se 4 přívody?

**Příklad 5**

Je možno do láhve na iontové nápoje ve tvaru válce o průměru podstavy 8 cm a výšce 25 cm nalít 1,5 litru tekutiny?

**Řešení.** Vypočítáme objem láhve. Jestli bude větší než 1,5 litru, tak tam nalijeme litr a půl tekutiny. V opačném případě nikoliv.

$$V = 3,14 \times 4^2 \times 25 \quad \blacktriangleright \quad V = 1\,256,63$$

Nyní výsledek převedeme na litry:  $1\,256,63 \text{ cm}^3 = 1,26 \text{ litru}$ .

**Odpověď.** Do této láhve na iontové nápoje 1,5 l tekutiny nalít nelze.

**Úlohy k dalšímu procvičení**

174. Nalijeme do fotbalového míče o průměru 22 cm 5,8 l vody?
175. Vejde se do plaveckého bazénu v anglickém Evertonu o rozměrech  $50 \text{ m} \times 25 \text{ m} \times 2,5 \text{ m}$  více než 6 000 000 litrů vody?
176. Nalijeme do tenisáku o průměru 7,5 cm 0,3 litru vody?

**Opakování**

177. Jak vysoká je láhev na iontové nápoje, kterou používají basketbalisté San Antonia Spurs? Víme, že má tvar válce, průměr jejího dna činí 9 cm a vejde se do ní 1,2 litru tekutiny. Výsledek zaokrouhlete na jedno desetinné místo.
178. Vypočítejte objem a povrch golfového míčku, jehož průměr je 4 cm. Výsledky zaokrouhlete na dvě desetinná místa.
179. Masážní vana fotbalistů Boavisty je dlouhá 3,5 m, široká 2,5 m a hluboká 70 cm. Za jak dlouho se naplní vodou, jestliže přiteče 110 litrů za minutu? Výsledek zaokrouhlete na celé sekundy.