2 / Aritmetika

Přirozená čísla

Čísla 1, 2, 3, ... tvoří množinu $\mathbb{N}$ přirozených čísel.

$\mathbb{N}_0 = \mathbb{N} \cup \{0\}$ je množina všech celých nezáporných čísel (patří k ní i 0).

Za každým přirozeným číslem následuje jeho **následovník**. Ke každému přirozenému číslu kromě prvního existuje jeho **předchůdce**.

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

8 je následovníkem čísla 7
1 je předchůdcem čísla 2

předchůdce	číslo	následovník
3256	3257	3258

Hodnoty veličin

Číselná hodnota udává, kolikrát je **jednotka** veličiny obsažena v naměřené **hodnotě** veličiny.

Hodnota veličiny:	7 m
Jednotka:	m
Číselná hodnota:	7

Délka

1 km	=	1000 m		1 m	=	0,001 km
1 m	=	10 dm		1 dm	=	0,1 m
1 dm	=	10 cm		1 cm	=	0,01 m
1 cm	=	10 mm		1 mm	=	0,1 cm

Hmotnost

1 t	=	10 q = 1000 kg		1 kg	=	1000 g
1 q	=	100 kg		1 g	=	1000 mg
1 kg	=	0,001 t		1 g	=	0,001 kg
1 kg	=	0,01 q		1 mg	=	0,001 g

Zaokrouhlování

Při **zaokrouhlování** nahradíme číslo jeho přibližnou hodnotou tak, že číslice od určitého místa doprava **zanedbáme** (nahradíme nulou). Je-li první zanedbaná číslice 0, 1, 2, 3 nebo 4, ponecháme předchozí číslici **(poslední platnou číslici)** beze změny, jinak ji zvětšíme o 1.

poslední platná číslice

3 647
zaokrouhlení na desítky:
$3\,647 \approx 3\,650$

3 647
zaokrouhlení na stovky:
$3\,647 \approx 3\,600$

3 647
zaokrouhlení na tisíce:
$3\,647 \approx 4\,000$

Početní operace s přirozenými čísly a nulou

Sčítáním dostaneme např. celkový počet předmětů po přidání. Čísla mohou být sčítána v libovolném pořadí (**komutativní zákon**), více čísel můžeme sčítat tak, že je nejprve libovolně seskupíme do menších skupin (**distributivní zákon**).

1. sčítanec

$7 + 2 = 9$ ← **součet**

2. sčítanec

čteme: 7 plus 2 se rovná 9

$a + b = b + a$
$8 + 7 = 15 \qquad 7 + 8 = 15$

$a + (b + c) = (a + b) + c$
$6 + (4 + 9) = (6 + 4) + 9$
$6 + 13 = 10 + 9 = 19$

Odčítáním dostaneme např. počet předmětů zbylých po odebrání.
Odčítání je opakem sčítání.

$a + b = c$ platí, když platí
$b = c - a$.

menšenec

$8 - 3 = 5$ ← **rozdíl**

menšitel

čteme: 8 minus 3 se rovná 5
$3 + 5 = 8 \qquad 5 = 8 - 3$

Početní operace s přirozenými čísly a nulou

Násobení je opakované sčítání stejného čísla.

$12 + 12 + 12 = 3 \cdot 12 = 36$

- Násobení přirozených čísel nebo nuly je vždy proveditelné a dá jediný výsledek.

1. činitel

$4 \cdot 8 = 32$ ← **součin**

2. činitel

čteme: 4 krát 8 se rovná 32

- Součin je 0, právě když aspoň jeden činitel je 0.

$a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$

- Součin přirozených čísel není nikdy menší než kterýkoliv z činitelů.

$a \cdot b = c$ $\quad$ $1 \cdot 9 = 9$

$c \geq a$ $\quad$ $9 \geq 1$

$c \geq b$ $\quad$ $9 \geq 9$

Čísla mohou být násobena v libovolném pořadí (**komutativní zákon**), více čísel můžeme násobit tak, že je nejprve libovolně seskupíme do menších skupin (**asociativní zákon**).

$a \cdot b = b \cdot a$

$5 \cdot 7 = 35 \quad 7 \cdot 5 = 35$

$a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$

$3 \cdot (4 \cdot 2) = 3 \cdot 8 = 24$

$(3 \cdot 4) \cdot 2 = 12 \cdot 2 = 24$

Součet (popř. rozdíl) můžeme násobit činitelem tak, že každý ze sčítanců (popř. menšence i menšitele) vynásobíme tímto činitelem zvlášť a výsledky sečteme (popř. odečteme). To se nazývá **distributivní zákon**.

$a \cdot (b \pm c) = a \cdot b \pm a \cdot c$

$5 \cdot (8 - 4) = 5 \cdot 8 - 5 \cdot 4 =$

$= 40 - 20 = 20$

Dělení je opakem násobení.
$a \cdot b = c$ platí, právě když
$b = c : a$ (kde $a \neq 0$).
Dělení dvou přirozených čísel dá přirozené číslo jen tehdy, když je dělenec násobkem dělitele (viz str. 15).

dělenec

$32 : 8 = 4$ ← **podíl**

dělitel

čteme:
32 děleno 8 se rovná 4

- Dělení nulou není definováno.
- $a : 1 = a$ a $a : a = 1$, protože $a \cdot 1 = a$
- Součet nebo rozdíl může být dělen člen po členu (**distributivní zákon**).

$55 : 1 = 55$
$55 : 55 = 1, 55 \cdot 1 = 55$
$(a \pm b) : c = a : c \pm b : c$
$321 : 3 = (300 + 21) : 3 =$
$= 300 : 3 + 21 : 3 =$
$= 100 + 7 = 107$

Druhá mocnina je součin čísla se sebou samým.
$a^2 = a \cdot a = c$

mocnitel (exponent)

$7^2 = 49$

druhá mocnina
(čtverec čísla)

mocněnec

čteme: 7 na druhou se rovná 49

n-**tá mocnina** čísla je součin *n* stejných činitelů

mocnitel (exponent)

$4^3 = 64$

mocnina

mocněnec (základ)

$2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$

$a^n = a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a$
= (*n*-krát se opakuje činitel *a*)

- $a^0 = 1$
- $a^1 = a$

$9^0 = 1$ $26^0 = 1$
$7^1 = 7$ $327^1 = 327$

Pořadí operací

- Nejprve vypočítáme výrazy v závorkách.
- Neurčují-li závorky jiné pořadí, provádí se napřed umocňování, potom násobení a dělení, nakonec sčítání a odčítání.

$$\underbrace{\underbrace{(8-4)}_{4} \cdot 3}_{12} + 2 = 14$$

$(8-4) \cdot 3 + 2 =$
$4 \cdot 3 + 2 =$
$12 + 2 = 14$

Příznaky dělitelnosti

Dělitel	Příznak (*n* je přirozené číslo)	Příklad
n	Nula je dělitelná libovolným číslem *n* kromě nuly.	0 : 12 = 0 0 : 0 není definováno
n	Každé číslo *n* je dělitelné sebou samým.	13 : 13 = 1
1	Každé číslo *n* je dělitelné číslem 1.	17 : 1 = 17
2	Číslo *n* je dělitelné 2 (je sudé), jestliže končí číslicí 0, 2, 4, 6 nebo 8.	208 : 2 = 104 35 : 2 není dělitelné
3; 9	Číslo *n* je dělitelné 3 popř. 9, je-li jeho **ciferný součet** (součet jeho číslic) dělitelný 3 popř. 9.	96 : 3 = 32 ciferný součet: 9 + 6 = 15 15 : 3 = 5
4	Číslo *n* je dělitelné 4, jestliže je jeho poslední dvojčíslí dělitelné 4.	716 : 4 = 179 16 : 4 = 4
5	Číslo *n* je dělitelné 5, je-li jeho poslední číslice 0 nebo 5.	845 : 5 = 169 1020 : 5 = 204
6	Číslo *n* je dělitelné 6, je-li současně dělitelné 2 i 3.	558 : 6 = 93 558 : 2 = 279 558 : 3 = 186
8	Číslo *n* je dělitelné 8, je-li jeho poslední trojčíslí dělitelné 8.	1136 : 8 = 142 136 : 8 = 17

Prvočíslo je číslo dělitelné jen 1 a sebou samým.

2 3 5 7 11 13 17 19 23
29 31 37 41 43 47 53 59
61 67 71 73 79 83 89 97
101 103 107 109 113 127

Vyjádření čísla jako součinu prvočísel se nazývá **rozklad na prvočinitele**.

$$60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$$
$$140 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 7 = 2^2 \cdot 5 \cdot 7$$

Čísla, která nemají žádné společné dělitele kromě 1, se nazývají **nesoudělná**.

9 a 10 jsou čísla nesoudělná.
dělitelé čísla 9: 1; 3; 9
dělitelé čísla 10: 1; 2; 5; 10

2

Dělitelé a násobky

a je **dělitel** čísla b (též a dělí b, značka $a \mid b$), když existuje přirozené číslo n takové, že $a \cdot n = b$.	b je násobek čísla a, když a je dělitelem b.
c je **společný dělitel** čísel a a b, jestliže je dělitelem obou těchto čísel ($c \mid a$ i $c \mid b$).	c je společný násobek čísel a a b, jestliže je násobkem obou těchto čísel.
Největší společný dělitel čísel a a b (značka $D(a, b)$) najdeme tak, že spolu vynásobíme všechny prvočinitele (i opakované), které se současně vyskytují v rozkladu a i b.	**Nejmenší společný násobek** čísel a a b (značka $n(a, b)$) najdeme tak, že spolu vynásobíme všechny prvočinitele, které se vyskytují buď v rozkladu a, nebo v rozkladu b. Je-li prvočinitel v jednom z čísel a a b ve vyšší mocnině než v druhém, použijeme ho v $n(a, b)$ v této mocnině.
$D(28, 42) = 2 \cdot 7 = 14$, protože $28 = 2 \cdot 2 \cdot 7$; $42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$	$n(12, 15) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$, protože $12 = 2^2 \cdot 3$; $15 = 3 \cdot 5$