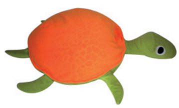
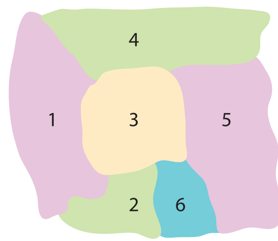
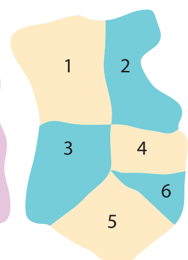


11. Problém čtyř barev

Tento zajímavý problém patří do takzvané teorie grafů, která je samostatnou matematickou disciplínou. Tím se dostáváme do 19.–20. století. Problém se týká obarvování států v politické mapě, ale samozřejmě může být aplikován i na úplně jiné oblasti. Otázka tohoto slavného „problému čtyř barev“ zní:

Stačí čtyři různé barvy na obarvení libovolné politické mapy tak, aby žádné dva sousední státy nebyly obarveny stejnou barvou?

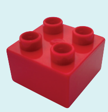




Za sousední státy se považují takové, které mají společný úsek hranice, tedy nesousedí jen v jednom bodě.

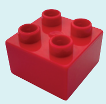
V případě, že spolu státy sousedí způsobem naznačeným na druhém obrázku, je možné na oba státy použít stejnou barvu, například u států 2 a 3. Proto v druhém případě vystačíme se dvěma barvami, zatímco v prvním případě jsme potřebovali čtyři.

Otázkou však je, zda vždy vystačíme jen se čtyřmi barvami. Poprvé tento problém zmínil A. F. Möbius v roce 1840. Matematikové dokázali, že pět barev už zaručeně stačí k obarvení každé mapy, dlouho se však nevědělo, zda pouhé čtyři barvy stačí na všechny případy, jaké mohou nastat.

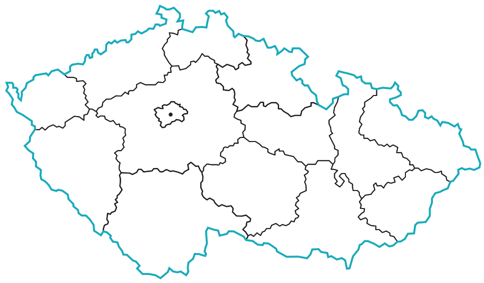


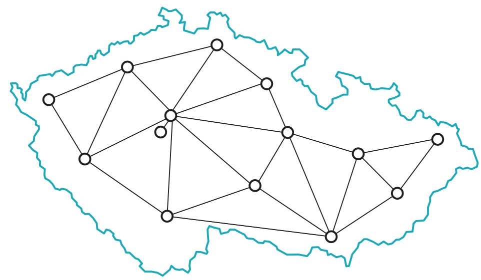
Vezměte si pastelky a obarvěte státy na mapě Evropy tak, aby sousedící státy měly různou barvu.
Pozor, použijte k tomu jen čtyři barvy!

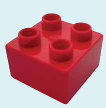
Protože se jedná o problém z tzv. teorie grafů, matematikové převádí mapu na graf. Provede se to jednoduše tak, že se v každé oblasti grafu vyznačí bod (může to být třeba pro každý stát jeho hlavní město) a tyto body se pospojují tak, aby byly spojené ty body, jejichž oblasti spolu sousedí. Pak se body tohoto grafu obarvují tak, aby žádné dva body spojené čarou neměly stejnou barvu.



Podívejte se na mapu krajů České republiky. Na sousedním obrázku je tato mapa převedena na graf. Dokážete mapu i graf obarvit podle zadaných pravidel? A nestačily by v tomto případě jen tři barvy? Okopírujte si obrázek a vybarvujte mapku i body grafu.

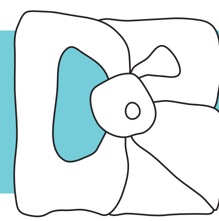




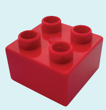


Zkuste vymyslet svou vlastní fantastickou mapu. Státy mohou být jakéhokoliv tvaru, viz naše ukázka.

Dokážete vymyslet takovou, na niž by nestačily čtyři barvy?



Problém čtyř barev vzdoroval úsilí matematiků až do roku 1976, kdy bylo americkými matematiky Appelem a Hakenem dokázáno, že čtyři barvy opravdu stačí k obarvení libovolné mapy. Pomocí počítače vymodelovali 1936 možných konfigurací, dokázali, že tyto konfigurace představují všechny možnosti, a u každé ukázali, že pro její obarvení čtyři barvy stačí. Důkaz sice není „hezký“, má 56 stran textu a 342 obrázků, ale od té doby se problém považuje za vyřešený, čtyři barvy musí stačit.

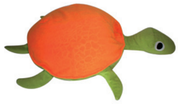


Teď, když víte, že čtyři barvy zaručeně stačí na každou mapu, můžete si troufnout s pouhými čtyřmi barvami na celý svět!

Okopírujte a zvětšete si mapu světa a hurá do toho.

Zdály se vám matematické úlohy probírané v této části knihy příliš složité? Nezoufejte, mějte na paměti, že si s nimi lámali hlavu největší matematici po pěkně dlouhou dobu!

Každopádně jste se seznámili s tím, co hýbalo matematickým světem, a máte představu, jaké problémy matematici řeší. Je dobré být v obraze.



12. Jak změřit obvod zeměkoule

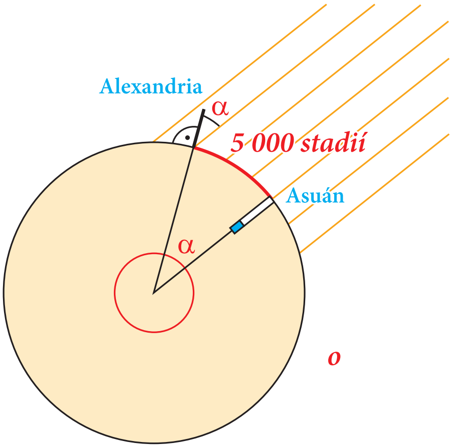
Měření délky je poměrně snadnou záležitostí, pokud ovšem nemáte co do činění s tak obrovským tělesem, jako je celá naše planeta. Tady vám žádný svinovací metr nebude stačit, takže nezbývá než na to jít s důvtipem. Myslíte si, že obvod Země známe až z doby kosmických letů? Omyl, tuto hodnotu znali učenci už ve starověku, dokonce se slušnou přesností!

Nejprve si samozřejmě museli uvědomit, že Země je koule. Jak mohli na něco takového přijít, když se na ni nemohli podívat z dálky?

Jednak se plavili po moři a všimli si, že loď plující za obzorem se jeví, jako by postupně někam klesala, což by na rovině nenastalo. Kromě toho samozřejmě pozorovali na obloze zatmění Měsíce způsobené stínem Země a viděli, že tento stín je kulatý. Z určité strany mohou mít kruhový stín i jiná tělesa, například válec. Jenže stín byl kulatý vždy. A jaké těleso má ze všech stran kruhovou siluetu? Přece jedině koule!

Dobrá, žijeme tedy na velké kouli, ale jak ji změřit? Dalo by se třeba celou ji objet dokola a měřit ujetou vzdálenost. Jenže, bez ohledu na to, že je to moc velká vzdálenost a taková cesta by trvala mnoho let, není všude pevnina a na moři se neměří vzdálenost tak snadno.

Zato při jízdě po pevné zemi stačí počítat otáčky kol vozu (nebo si vyrobit jednoduché mechanické počitadlo otáček) a pak už je snadné ze známého průměru kola a počtu otáček vypočítat uraženou vzdálenost. Stačilo by tedy změřit jen část obvodu Země a pokud bychom věděli, jak velká to je část, pak bychom už snadno dopočítali obvod celé Země.



Takto uvažoval Eratosthenes (270–190 př.n.l.), který patřil k předním učencům své doby.

Narodil se v římské provincii na území dnešní Libye, dostalo se mu kvalitního vzdělání v Athénách a v egyptské Alexandrii, jež byla střediskem tehdejšího učeného světa. Zde potom také žil.

V Africe bývá slunce někdy přímo v nadhlavníku, to znamená, že je přímo kolmo nad hlavou a tyč zaražená svisle do země nevrhá v tom případě žádný stín. Tato situace nastává v určité dny v roce a také v závislosti na zeměpisné poloze místa.

Eratosthenes si všiml, že 21. června svítilo slunce přímo kolmo dolů do studny ve městě Asuán. Asuán má pro toto měření vhodnou polohu, protože leží 5 000 stadií jižně od Alexandrie. Ve stejný okamžik v severněji ležící Alexandrii samozřejmě slunce nebylo v nadhlavníku, ale jeho paprsky svíraly s kolmicí z zemi úhel 7,2°. Vzdálenost měst a tento úhel byly dostatečnými údaji pro určení obvodu Země.

Věci se totiž mají tak, že úhel stínu vůči kolmému směru, naměřený v Alexandrii, je stejný jako úhel mezi dvěma poloměry Země, spojujícími její střed s těmito městy. A poměr tohoto úhlu k plnému úhlu tvořícímu celý kruh (což je hodnota 360°), je stejný jako poměr vzdálenosti měst (5 000 stadií) k celému obvodu Země označenému v obrázku *o*.

Takže pomocí trojčlenky snadno vypočítáme:

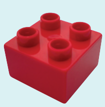
$$360 : 7{,}2 = o : 5\,000$$

Odtud

$$o = \frac{360}{7{,}2} \cdot 5\,000$$

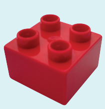
$$o = 250\,000$$

Obvod Země takto Eratosthenovi vyšel 250 000 stadií.



Teď ještě zbývá výsledek převést na kilometry. Je pravdou, že se používaly různě velké stadie, ale přibližnou hodnotu získáte, když výsledek ve stadiích vydělíte číslem 0,16.

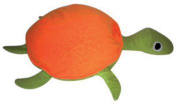
A ze známého obvodu Země si ještě vypočítejte její poloměr. Pokud jste zapomněli vzoreček pro obvod kruhu, najděte si jej v učebnici nebo v tabulkách.



Porovnejte výsledný poloměr Země získaný ve starověku s dnes uváděnou hodnotou 6 378 km. Pro lepší zapamatování této hodnoty se používá pomůcka:

„Šetři se osle." Jsou v ní obsažena počáteční písmena číslic **še**st tisíc **tři** sta **se**dmdesát **osm**. Teď už poloměr Země nezapomenete.

Jistě uznáte, že starověké výsledky byly pozoruhodné ve srovnání se středověkou představou ploché Země. Měření sice bylo zatíženo nepřesnostmi, protože Země není přesnou koulí, ale je na pólech zploštělá a rovněž vzdálenost měst je zaokrouhlená. Obdiv však rozhodně zaslouží geometrická úvaha, díky níž si Eratosthenes dokázal chytře poradit s tak obtížným úkolem.



13. Jak rychlé je světlo

Změřit rychlost světla je úkol opravdu nesnadný vzhledem k tomu, jak je tato rychlost obrovská. To s rychlostí zvuku je situace daleko snadnější, ten se „plíží“ ve srovnání se světlem rychlostí okolo pouhých 330 m/s, takže 1 km urazí zvuk přibližně za 3 sekundy. Zato světlo, jak se dozvíte ve fyzice, se řítí vesmírem rychlostí přibližně c = 300 000 000 m/s. Převedeme-li tuto hodnotu na kilometry, urazí světlo za jedinou sekundu vzdálenost 300 000 km. Je to zároveň nejvyšší možná rychlost. Jak se však něco takového, jako je rychlost světla, podařilo změřit?

Pro starověkou vědu byl tento úkol neproveditelný, přesto na základě zkušenosti dospěli učenci k názoru, že rychlost světla musí být buď nekonečná, nebo sice konečná, ale nepředstavitelně obrovská. I samotný Aristoteles usoudil, že je to až příliš neuvěřitelné.

Středověk byl ve svých představách světa poněkud omezenější. V 17. století navrhoval Galileo Galilei měřit rychlost světla pomocí měření časové prodlevy mezi odkrytím lucerny a pozorováním světla z velké vzdálenosti. Roku 1667 byl experiment proveden. Pozorovatel stál na sousedním kopci vzdáleném od pomocníka s lucernou asi jednu míli, ukázalo se však, že rychlost světla je příliš velká na to, aby se tímto způsobem dalo naměřit něco jiného než reakční doba experimentátorů.

Zato dánský matematik a astronom Ole Rømer dokázal roku 1676 provést první skutečné měření rychlosti světla. Pozoroval dalekohledem, jak kolem planety Jupiter obíhá její měsíc Io. Protože každá planeta obíhá kolem Slunce jinou rychlostí, jejich vzájemná vzdálenost se mění. Rømer zaznamenal, že když je Jupiter nejblíže Zemi, je doba oběhu jeho měsíce Io 42,5 hodiny. Potom pozoroval, že jak se Jupiter a Země od sebe vzdalovaly, objevoval se také měsíc Io stále později. Z toho vyplývalo, že světlo od tohoto měsíce muselo překonat větší vzdálenost, a tudíž dorazilo později.

To byl konečně experiment v dostatečném měřítku pro tak obrovskou rychlost, jakou se pohybuje světlo. Místo lucerny tak posloužil měsíc vzdálený miliony kilometrů. Po půl roce, když se zase Jupiter přibližoval k Zemi, se intervaly mezi objevením zářícího měsíce zmenšovaly. Mezitím obletěla Země polovinu své oběžné dráhy kolem Slunce. A ta není zrovna malá, její poloměr je přibližně 150 milionů kilometrů. Na základě svých pozorování Rømer odhadoval, že světlo na překonání vzdálenosti rovnající se průměru oběžné dráhy Země potřebovalo 22 minut, tolik činil rozdíl v intervalech, kdy se objevoval měsíc Io. Známe-li vzdálenost a čas, je už hračkou vypočítat rychlost:

$t = 22\ \text{min} = 1\,320\ \text{s},$

$s = 150\,000\,000\ \text{km},$

$c = \frac{s}{t}\,,$

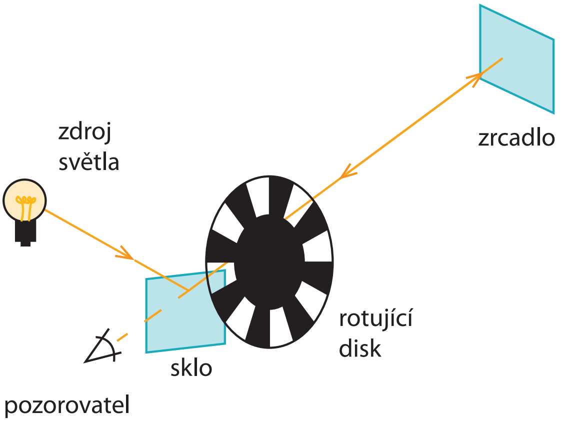
$c = 150\,000\,000 : 1\,320 = 113\,636\ \text{km/s}.$

Tato hodnota je sice poněkud menší než dnes udávaná hodnota, přesto je na svou dobu pozoruhodně přesná a rozhodně dokazuje, že rychlost světla je konečná. Rovněž celá úvaha je brilantní.

První úspěšné pozemské měření rychlosti světla provedl roku 1849 francouzský fyzik Fizeau. Experiment byl svou podstatou podobný Galileiho experimentu, ovšem s mnohem dokonalejším vybavením, díky němuž byl tentokrát již proveditelný.

Paprsek byl od silného světelného zdroje namířen na zrcadlo, od něhož se vracel zpět. Toto zrcadlo bylo ve vzdálenosti 8 633 metrů. Paprsek procházel rotujícím kolem s výřezy, fungujícím jako rychlá závěrka. Za zdrojem prošel paprsek jedním výřezem a než se vrátil od zrcadla, kolo s výřezy se pootočilo. Pokud by se paprsek na zpáteční cestě strefil do zubu kola, neprošel by a pozorovatel by viděl jen tmu.

Při zrychlení otáčení kola došlo k tomu, že se mezi průchodem původního a vracejícího se paprsku disk otočil právě o jeden výřez, takže paprsek prošel i zpět. Ze známé vzdálenosti zrcadla, rychlosti otáčení kola a počtu výřezů byla vypočítána hodnota rychlosti světla 313 000 000 m/s, což je velmi slušný výsledek.

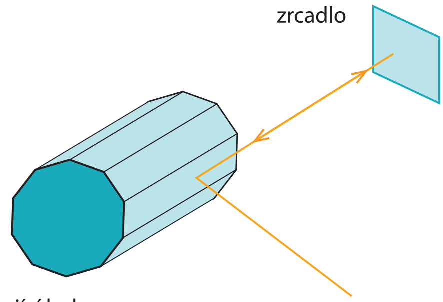


Další fyzik Foucault vylepšil metodu tím, že místo disku se zářezy použil rotující válec se zrcadly.

Jeho výsledek z roku 1862 byl 298 000 000 m/s.

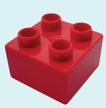
Stejnou metodou bylo roku 1926 dosaženo ještě přesnější hodnoty 299 796 000 m/s.

Dnes je uváděna rychlost světla c = 299 792 458 m/s.



Pokud naopak známe rychlost světla, můžeme použít světlo k určení vzdálenosti.

Takto byla například pomocí silného laserového paprsku, odraženého od povrchu Měsíce, změřena přesně vzdálenost Měsíc–Země, stačilo změřit čas, za který se světelný záblesk vrátí zpět. Protože však šedý povrch Měsíce má malou odrazivost, byly posádkou programu Apollo umístěny na měsíční povrch panely s kvalitními optickými odražeči, podobnými odrazkám na kole.



Vyzkoušet si tato měření doma je bohužel nad naše možnosti.

Můžete si však pohrát s pomůckami, které se při měření používaly.

Vystřihněte kola s výřezy k kartonu a doprostřed dejte špejli jako osu. V zatemněné místnosti umístěte toto kolo před baterku a otáčejte špejlí v prstech.

Kolo bude působit jako přerušovač světla a vznikne vám krásný stroboskop.