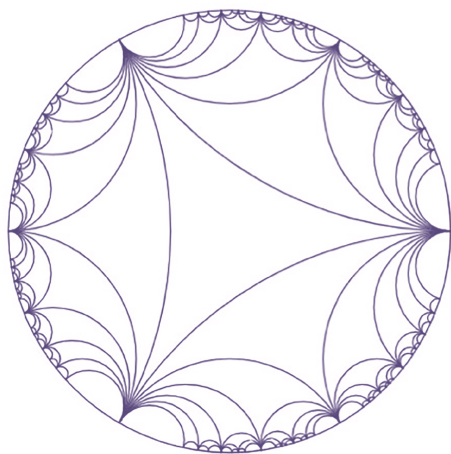




V Poincarého disku je nekonečný prostor zachycen v konečném kruhu. Jde o to, že vzdálenost dvou bodů v tomto prostoru nedefinuje obvyklé eukleidovské pravidlo, ale nová funkce. Představte si pravítko pevné délky a sledujte se mnou, jak se mění, když je pozorujeme uvnitř kruhu. Ve středu kruhu vypadá největší. Jak je posouváte od středu, z eukleidovského pohledu se pravítko zdánlivě smršťuje. Pro někoho uvnitř této neeukleidovské geometrie má ale pořád stejnou délku. Čím blíže okraji kruhu, tím menší a menší se pravítko zvenčí jeví. Podstatné je, že kdybyste skutečně chtěli dosáhnout okraje, potřebovali byste nekonečně mnoho takových pravítek položených za sebou. Z pohledu pozorovatele uvnitř zůstalo pravítko stejně velké – to prostor se stal nekonečným. Je to, jako by se pravítko s každým krokem k okraji smrštilo o polovinu své délky. Sečtete-li všechna ta smršťující se pravítka, blížíte se okraji, ale nikdy ho tak docela nedosáhnete:

$$1/2 + 1/4 + 1/8 + 1/16 + 1/32 + \dots$$

Jenže pro člověka uvnitř prostoru mají všechna tato pravítka délku 1. Z jeho pohledu je vzdálenost k okraji nekonečná. My zvenčí ale vidíme nekonečný prostor zachycený na konečné stránce.

Kuriózním rysem této geometrie je, že přímky jsou křivé. Podobný jev jsme viděli u čar kreslených na kulový povrch Země. Aby v této hyperbolické geometrii čára mezi dvěma body urazila co nejmenší vzdálenost, vyplatí se jí vést dráhu blíže ke středu prostoru, protože tam k pokrytí vzdálenosti stačí méně pravítek. Čím blíže okraji, tím více délek pravítka je potřeba, protože se smršťují. V důsledku toho se ona čára ukáže být částí kružnice, která při prodloužení k okraji protíná horizont v úhlu 90 stupňů.

Jakmile umíte kreslit přímky, můžete v této geometrii stavět trojúhelníky. Na rozdíl od vzdáleností jsou úhly v tomto prostoru z pohledu geometrů stejné uvnitř i vně. Když spočítáte úhly v trojúhelnících, zjistíte, že v součtu dávají méně než 180 stupňů. Kdyby chtěl Escher pokrýt tento prostor trojúhelníkovými dlaždicemi, potřeboval by jich stále víc a musely by se směrem k okraji prostoru stále zmenšovat. Jejich hrany by navíc vypadaly jako části kružnic. Toto byla geometrie, kterou Coxeter ilustroval ve svém článku – hyperbolický prostor nakreslený na stránce. A Eschera vymrštila fantastickým novým směrem. Z abstraktních trojúhelníků se staly černobílé ryby, ještěrky a motýli. Díky hyperbolické geometrii Escher dokázal zachytit nekonečno.

Escher cítil, že jde ve stopách jiného velkého umělce, který se pokoušel zachytit nekonečné v konečném: J. S. Bacha. Soudil, že způsob, jakým funguje hudební kánon, má hodně společného s jeho technikou pokrývání stránky tvary. Jak jsme viděli u Bachových *Goldbergových variací*, kánon vezme hudební myšlenku a opakuje ji s časovým odstupem. V notovém zápisu to vypadá jako motiv opakovaný napříč stránkou. Bach experimentoval s mnoha variacemi tohoto prostého opakování: hudební motivy invertoval, natahoval, zrcadlil. Escher cítil, že Bach hudebně zkoumá tytéž hry, které on sám s potěšením hrál ve svém vizuálním světě. Jak prohlásil o Bachově hudbě: „Snad právě proto mám jeho hudbu obzvlášť rád.“ V obdobích malátnosti a duševní prázdnoty se Escher k Bachově hudbě vždy obracel „jako ke vzpruze, která povzbudí mou touhu tvořit“.