40

Principy statistické mechaniky

40.1 EXPONENCIÁLNÍ ATMOSFÉRA

Už jsme mluvili o některých vlastnostech velkého počtu srážejících se atomů. Tímto předmětem se zabývá kinetická teorie. Je to vlastně popis vlastností látek z hlediska srážek mezi atomy. Tvrdíme, že vlastnosti látky jako celku lze vysvětlit na základě pohybu jeho jednotlivých částí.

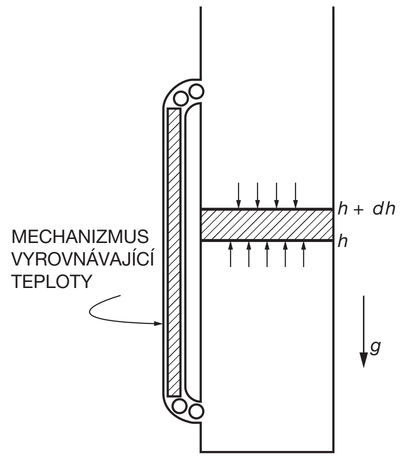
Zatím se omezíme na podmínky tepelné rovnováhy, budeme tedy zkoumat pouze určitou skupinu přírodních jevů. Zákony mechaniky aplikovatelné v podmínkách tepelné rovnováhy nazýváme *statistickou mechanikou* a v této části se seznámíme s některými základními teorémy této vědní disciplíny.

S jedním z poznatků statistické mechaniky jsme se již setkali. Bylo to tvrzení, že na každý nezávislý pohyb, tj. na každý stupeň volnosti, připadá v případě libovolného pohybu při absolutní teplotě T střední hodnota kinetické energie, která je rovna $\frac{1}{2}kT$. Tak se dozvídáme něco o střední kvadratické rychlosti atomů. Nyní se ještě musíme dozvědět něco víc o polohách atomů, abychom uměli říci, kolik se jich nachází na tom nebo onom místě v podmínkách tepelné rovnováhy a musíme se podrobněji zabývat rozdělením atomů podle rychlostí. Je sice pravda, že známe střední kvadratickou rychlost, ale neumíme odpovědět na otázku, kolik atomů se pohybuje rychlostí, jež je trojnásobkem střední kvadratické rychlosti nebo rychlostí, která je čtvrtinou střední kvadratické rychlosti. Nebo snad mají všechny atomy stejnou rychlost?

Máme tedy dvě otázky, na něž se budeme snažit odpovědět: Jak se seskupí v prostoru molekuly, když na ně působí síly, a jaké je jejich rozdělení podle rychlostí?

Ukazuje se, že tyto dvě otázky jsou zcela nezávislé a rozdělení podle rychlostí je vždy stejné. Jistý náznak této druhé skutečnosti jsme poznali tehdy, když jsme zjistili, že střední kinetická energie připadající na každý stupeň volnosti je rovna $\frac{1}{2}kT$ bez ohledu na to, jaké síly působí na molekuly. Rozdělení podle rychlostí molekul nezávisí na silách, neboť síly neovlivňují frekvenci srážek.

Začněme s příkladem rozdělení molekul v takové atmosféře, jakou je naše, ale za bezvětří a bez jiných poruch. Předpokládejme, že máme sloupec vzduchu plynu sahající do velké výšky a ten se nachází v tepelné rovnováze. Tím se liší od naší atmosféry, protože ta je ve větších výškách chladnější. Poznamenejme, že nerovnovážnost situace při rozdílnosti teplot v různých výškách je možné demonstrovat propojením tyčí, jež by se na horním i dolním konci dotýkala kuliček (*obr. 40.1*). Spodní kuličky by od molekul plynu získaly energii $\frac{1}{2}kT$ a prostřednictvím tyče by rozkmitaly kuličky nahoře a ty zase molekuly plynu v horní části. Takovým způsobem by se nakonec ustálila teplota a byla by v gravitačním poli v každé výšce stejná.



Obr. 40.1 **Tlak ve výšce *h* musí převyšovat tlak ve výšce *h* + d*h* o tíhu plynu nacházejícího se v takto ohraničené vrstvě.**

Naším úkolem je zjistit, podle jakého zákona by řídla atmosféra s rostoucí výškou, kdyby teplota ve všech výškách byla stejná. Je-li N celkový počet molekul plynu v objemu V při tlaku p, pak musí platit $pV = NkT$, tedy $p = nkT$, kde $n = N/V$ je počet molekul v jednotkovém objemu. Jinak řečeno, známe-li počet molekul v jednotkovém objemu, známe tlak a naopak. Tyto veličiny jsou navzájem úměrné, protože teplota je v tomto případě konstantní. Tlak však konstantní není, ten musí s poklesem výšky vzrůstat, neboť vlastně musí takříkajíc držet tíhu všeho plynu nad ním. V tom spočívá klíč k určení závislosti změny tlaku s výškou. Uvažujeme-li jednotkovou plochu ve výšce h, pak vertikální síla, která na tuto jednotkovou plochu působí zespoda, představuje tlak p. Kdyby nebyla gravitace, musela by být vertikální síla působící směrem dolů na jednotkovou plochu ve výšce $h + \mathrm{d}h$ stejná. Jenže síla působící zdola musí převýšit sílu působící shora právě o tíhu plynu ve vrstvě mezi h a $h + \mathrm{d}h$. Víme, že na každou molekulu působí gravitační síla o velikosti mg, přičemž g je gravitační zrychlení. Dále víme, že $n\mathrm{d}h$ je celkový počet molekul v uvažované vrstvě. To nám umožňuje sestavit diferenciální rovnici $p_{h+\mathrm{d}h} - p_h = \mathrm{d}p = -mgn\mathrm{d}h$. Protože $p = nkT$, přičemž T je konstanta, můžeme vyloučit p nebo n. Vyloučíme-li tlak p, získáme rovnici