

## 4/ ÚLOHY

Dělení úloh v následujících kapitolách je jen orientační. Úlohy jsou označeny ikonami **67**, **89** podle ročníku, pro který jsou spíše vhodné. U úloh označených **89** lze očekávat vyšší náročnost, neznamená to ale, že by je nemohli řešit i mladší žáci. V některých případech mohou řešit úlohu obě skupiny žáků, ale k řešení zřejmě použijí zcela odlišné strategie, protože starší žáci již ovládají potřebný matematický aparát.

### 4.1/ Počítáme s čísly

#### 4.1.1/ Hříčky s čísly

**Úloha 1.** Zapište trojciferné číslo, které má v zápisu různé číslice. Zapište číslo, ve kterém zaměníte stovky a jednotky. Odečtete od většího čísla číslo menší. Toto číslo je násobkem čísel 9 a 11. Proč tomu tak je?

**Řešení:** Např. zapišeme číslo 358, číslo vzniklé záměnou stovek a jednotek je 853. Rozdíl je  $853 - 358 = 495$ ,  $495 = 5 \cdot 9 \cdot 11$ .

U mladších dětí můžeme využít induktivního způsobu uvažování, kdy děti zkouší různá čísla a přesvědčují se, že pravidlo vždy platí. Rozdíl mezi čísly může být 99, 198, atd., nejvýše 792. Ve všech případech se jedná o násobek 99.

U starších dětí můžeme přejít k dedukci (pokud jsou na to dostatečně zralé): Trojciferné číslo obecně zapišeme ve tvaru  $100a + 10b + c$ , číslo se záměnou stovek a jednotek je ve tvaru  $100c + 10b + a$ , jejich rozdíl je  $99a - 99c = 99(a - c) = 9 \cdot 11(a - c)$ .

**Úloha 2.** Šejk odkázal svým dvěma synům 5 velbloudů. Starší měl dostat polovinu, mladší třetinu ze všech velbloudů, ale žádného velblouda nesměli prodat ani zabít. Synové se neuměli rozdělit. Naštěstí šel kolem moudrý derviš se svým velbloudem. Přidal svého velblouda k jejich a pak bylo dělení snadné. Jak se rozdělili a jakou část dědictví každý syn ve skutečnosti dostal?

**Řešení:** Celkový počet velbloudů, o který se dělili, byl po přidání jednoho velblouda 6. Jedna polovina ze šesti jsou 3, jedna třetina ze šesti jsou 2. Starší syn dostal 3 velbloudy, mladší syn 2 velbloudy a jednoho vrátili dervišovi.

Ve skutečnosti však dostal starší syn jednu polovinu z pěti šestin, tj. pět dvanáctin dědictví, mladší dostal jednu třetinu z pěti šestin, tj. pět osmnáctin dědictví. Synové se nemohli rozdělit podle otcova zadání.

## Cvičení

**Cvičení 1.** <sup>67</sup> Číslo 100 rozdělte na dvě části tak, aby první část zvětšená o 5 byla polovinou druhé části.

**Cvičení 2.** <sup>67</sup> Máme trojciferné číslo, jehož ciferný součet je 13 a všechny jeho číslice jsou různé. Pokud v tomto čísle zaměníme jednotky a stovky, zvětší se nové číslo o 792. Jaké je původní číslo?

**Cvičení 3.** <sup>67, 89</sup> Dvojciferné číslo má ciferný součet 6. Jestliže mezi jeho číslice zapíšeme nulu, dostaneme číslo sedmkrát větší než původní číslo. Které je původní číslo?

**Cvičení 4.** <sup>67</sup> Existuje čtrnáct dvojic dvojciferných čísel, jejichž součin se nezmění, jestliže zaměníme v každém z nich pořadí číslic, např.  $34 \cdot 86 = 43 \cdot 68$ . Najděte alespoň některá z nich.

**Cvičení 5.** <sup>67</sup> Součiny čísel  $32 \cdot 21$  a  $39 \cdot 17$  se sobě nerovnají. Jestliže však zvětšíme každé ze čtyř těchto čísel o stejné číslo, součiny se budou sobě rovnat. Které číslo je třeba přičíst ke každému z činitelů?

**Cvičení 6.** <sup>67, 89</sup> Pro která a) přirozená, b) racionální čísla platí, že jejich součet je roven jejich součinu?

**Cvičení 7.** <sup>67</sup> Zapište číslo 555 číselným výrazem, který bude obsahovat jen číslice 4 a znaménka pro operace.

**Cvičení 8.** <sup>67</sup> Zapište číslo 1000 číselným výrazem, ve kterém se bude vyskytovat jen číslice 9 a znaménka pro operace.

**Cvičení 9.** <sup>67</sup> Kolik Kč stojí bochník chleba, když jeho jedna polovina je o 9 Kč dražší než jeho jedna čtvrtina?

**Cvičení 10.** <sup>67</sup> Jestliže jeden a půl člověka sní za jednu a půl minuty jeden a půl kousku dortu, kolik lidí sní 60 kousků dortu za 30 minut?

**Cvičení 11.** <sup>67</sup> V táboře hrály děti hru: V řadě bylo umístěno 10 kamenů po 10 krocích od sebe. Deset kroků před prvním kamenem byl košík. Dítě vyběhlo od košíku, vzalo první kámen, vrátilo se zpět na místo, odkud vyběhlo, a vložilo kámen do košíku. Běželo pro druhý kámen. Opět se vrátilo, vložilo kámen do košíku a pokračovalo dál, až všechny kameny sesbíralo. Kolik kroků uběhlo, než sesbíralo všechny kameny? (Předpokládáme, že kroky dětí mají stejnou délku, jako je délka kroků mezi kameny.) Zvítězil ten, který měl nejkratší čas.

**Cvičení 12.** <sup>67, 89</sup> Jak snadno uhodnout počet ok na hracích kostkách? Nechte hodit kamaráda dvěma hracími kostkami. Pak jej požádejte, aby počet ok jedné kostky vynásobil dvěma, k součinu přičetl pět, pak získané číslo vynásobil pěti a přičetl počet ok druhé kostky. Když vám sdělí výsledek, můžete určit, kolik ok na jednotlivých kostkách bylo.

**Cvičení 13.** <sup>67</sup> Hodte dvěma rozlišitelnými hracími kostkami (všimněte si, že součet ok na protějších stěnách kostky je 7). Zapište dvojciferné číslo, které je dáno počtem ok, která padla. Dále zapište dvojciferné číslo, které je dáno počtem ok na protějších stěnách (dejte pozor na pořadí kostek).

Zapište čtyřciferné číslo z těchto dvou dvouciferných. Toto číslo vydělte jedenácti a potom odečtěte 7. Výsledek pak vydělte devíti. Jaké číslo jste dostali?

**Cvičení 14.** <sup>89</sup> Myslím si číslo. Když jej umocním na druhou a přičtu jeho osminásobek, dostanu 9. Které číslo si myslím?

**Cvičení 15.** <sup>89</sup> Myslím si číslo. Když jej umocním na druhou a přičtu jeho dvojnásobek, dostanu 35. Které číslo si myslím?

### Zajímavé součiny:

**Cvičení 16.** <sup>67</sup> Násobte číslo 123 456 789 postupně násobky čísla 9. Čím jsou jednotlivé součiny zajímavé?

**Cvičení 17.** <sup>67</sup> Násobte číslo 987 654 321 násobky čísla 9. Čím jsou tyto součiny zajímavé?

**Cvičení 18.** <sup>67</sup> Vynásobte číslo 12 345 679 libovolným jednociferným číslem a získaný součin vynásobte číslem 9. Jaký součin obdržíte?

**Cvičení 19.** <sup>67</sup> Jaké výsledky dostanete, když vypočítáte tyto příklady:

$$1 \cdot 9 + 2 =$$

$$12 \cdot 9 + 3 =$$

$$123 \cdot 9 + 4 =$$

$\vdots$

$$12345678 \cdot 9 + 9 =$$

**Cvičení 20.** <sup>67</sup> Počítejte postupně součiny čísel:

$$11 \cdot 11 =$$

$$111 \cdot 111 =$$

$$1111 \cdot 1111 =$$

$\vdots$

Dokážete na základě těchto výpočtů vyřešit palindrom (slovo, které se čte zepředu stejně jako zezadu)

$$KK \ KKK \ KKK \cdot KK \ KKK \ KKK = KOBYLAMÁMALYBOK?$$

**Cvičení 21.** <sup>89</sup> Součin tří po sobě jdoucích čísel je 210, součin nejmenšího z nich a největšího z nich je 35. Která to jsou čísla?

**Cvičení 22.** <sup>89</sup> Se dvěma přirozenými čísly byly provedeny tyto operace: byla sečtena, od většího bylo odečteno menší, byla vynásobena, větší číslo bylo vyděleno menším beze zbytku. Všechny získané výsledky se sečetly a součet byl 243. Která čísla to byla?

## Zlomky

**Cvičení 23.** 67 Hledáme číslo, jehož jedna polovina je jedna třetina. Které číslo hledáme?

**Cvičení 24.** 67 Jak starý je kůň, když desetina poloviny jeho věku je jedna polovina?

**Cvičení 25.** 67 Kolik je jedna polovina čtyřnásobku jedné poloviny jedné čtvrtiny?

**Cvičení 26.** 67, 89 Které číslo leží na číselné ose dvakrát dál od čísla  $\frac{2}{3}$  než od čísla  $\frac{4}{3}$ ?

**Cvičení 27.** 67, 89 Které číslo leží na číselné ose dvakrát dál od čísla  $\frac{5}{2}$  než od čísla  $\frac{3}{4}$ ?

**Cvičení 28.** 67 Pan Michal jel vlakem. Hned po rozjezdu usnul. Když se probudil, zjistil, že do konce cesty mu zbývá ještě polovina té doby, kterou prospal. Jak dlouhý kus cesty prospal?

**Cvičení 29.** 89 Je dán zlomek  $\frac{a}{b}$ . Najděte číslo  $x$  tak, aby platilo: Přičtu-li toto číslo k čitateli zlomku a odečtu-li jej od jmenovatele tohoto zlomku, dostanu převrácenou hodnotu původního zlomku, tj. zlomek  $\frac{b}{a}$ .

**Cvičení 30.** 67, 89 Čítec zlomku je o 3 větší než jeho jmenovatel. Jestliže od tohoto zlomku odečteme jeho převrácenou hodnotu, dostaneme zlomek:

a)  $\frac{21}{10}$     b)  $\frac{33}{28}$     c)  $\frac{39}{40}$

Jaký je původní zlomek? Dokážete najít obecné pravidlo, které pro tyto zlomky platí?

**Cvičení 31.** 67 Tři pocestní ulehli po únavné cestě v chýši chudého venkovana. Ten jim v době, kdy spali, připravil mísu brambor. Když se vzbudil první pocestný, snědl třetinu brambor a zase usnul. Když se vzbudil druhý pocestný, snědl zase třetinu brambor (nevěděl, že první už jedl) a také zase usnul. Když se vzbudil třetí, zase snědl třetinu brambor. Na míse zbylo 8 brambor. Kolik brambor bylo původně na míse?

**Cvičení 32.** 67 Kolik bonbónů rozdala babička svým vnukům? Prvnímu dala jednu pětinu ze všech bonbónů, které měla. Druhý dostal jednu čtvrtinu zbytku po prvním, třetí dostal jednu třetinu zbytku po druhém, čtvrtý dostal jednu polovinu zbytku po třetím a na posledního zbylo pět bonbónů. Kolik bonbónů dostal každý vnuk a kolik bonbónů babička původně měla?

**Cvičení 33.** 67, 89 Z dědictví dostal první syn třetinu, druhý syn třetinu zbytku, třetí syn dvě třetiny zbytku po druhém a dcera to, co zbylo. Zapište zlomkem, jakou část dědictví každý z nich dostal.

**Cvičení 34.** 89 Majetný otec zanechal závěť pro svoji manželku a dítě, které se mělo narodit: Jestliže se narodí syn, dostane dvě třetiny dědictví a manželka dostane jednu třetinu. Pokud se narodí dcera, dostane manželka dvě třetiny dědictví a dcera jednu třetinu. Narodila se dvojčata – syn a dcera. Jak se všichni tři rozdělili o dědictví?

**Cvičení 35. 89** Členové turistického oddílu uskutečnili pětidenní výlet. První den ušli jednu čtvrtinu celé trasy, druhý den také jednu čtvrtinu celé trasy, třetí den jednu osminu celé trasy, čtvrtý den tři šestnáctiny celé trasy a na pátý den jim zbylo 15 kilometrů. Kolik kilometrů ušli za 5 dní?

**Cvičení 36. 89** V určité populaci jsou dvě třetiny mužů ženatých, ale jen tři pětiny žen vdaných (přitom v manželství jsou vždy muž a žena). Jaká část populace (vyjádřeno zlomkem) jsou svobodní lidé?

## 4.1.2/ Algebrogramy

Algebrogramy jsou schémata, ve kterých je třeba nahradit symboly (obrázky, hvězdičky, písmena apod.) čísly tak, aby platily naznačené rovnosti. Forma zadání je různá, obvykle je jedno písmeno nahrazeno jednou číslicí, obdobně v případě symbolů. Přitom většinou platí, že za různá písmena (symboly) dosazujeme různé číslice. Výjimkou jsou algebrogramy s jedním písmenem (obvykle  $x$ ) nebo symbolem, kdy se za dané písmeno (či symbol) dosazují různé číslice.

V mnoha případech jsou algebrogramy uváděny v podobě algoritmů početních výkonů (sčítání, odčítání, násobení, dělení). Řešení se provádí úvahou nebo řešením pomocných rovnic.

**Úloha 3.** Doplňte chybějící číslice tak, aby platilo:

$$\begin{array}{r}
 x \ x \ 9 \\
 . \ x \ x \ 4 \\
 \hline
 x \ x \ x \ x \\
 1 \ 7 \ x \ 4 \\
 x \ x \ 2 \ 3 \\
 \hline
 x \ x \ x \ x \ x \ x
 \end{array}$$

**Řešení:** Z naznačených součinů můžeme usoudit: druhá číslice druhého činitele je 6, protože  $6 \cdot 9 = 54$  (žádný jiný násobek devíti nemá na místě jednotek 4). Podobně první číslice druhého činitele je 7, protože  $7 \cdot 9 = 63$ . Druhý činitel je tedy 764. Mezivýsledek je zobrazen na obr. 24. Nyní určíme druhou číslici prvního činitele. Využijeme třetí řádek částečných součinů. Již víme, že  $7 \cdot 9 = 63$ , proto hledáme číslo, jehož součet s číslem 7 zvětšený o 6 má na místě jednotek 2. To je číslo 8, protože  $7 \cdot 8 = 56$ ,  $56 + 6 = 62$ . První číslici prvního činitele určíme pomocí druhého řádku částečných součinů:  $6 \cdot 9 = 54$ ,  $6 \cdot 8 = 48$ ,  $48 + 5 = 53$ , a tedy  $17 = 6 \cdot 2 + 5$ . První číslice prvního činitele je 2. Provedeme kontrolu výsledku (obr. 24).

$$\begin{array}{r}
 x \ x \ 9 \\
 . \ 7 \ 6 \ 4 \\
 \hline
 x \ x \ x \ 4 \\
 1 \ 7 \ x \ 4 \\
 x \ x \ 2 \ 3 \\
 \hline
 x \ x \ x \ x \ x \ x
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 289 \\
 . \ 764 \\
 \hline
 1156 \\
 1734 \\
 2023 \\
 \hline
 220796
 \end{array}$$

Obr. 24

**Úloha 4.** Místo písmen zapište číslice tak, aby platilo:

$$RE + MI = FA, DO + SI = MI, LA + SI = SOL$$

**Řešení:** Z druhé rovnosti lze snadno usoudit, že O je 0, ze třetí rovnosti vidíme, že S je 1 (součet dvou dvojciferných čísel může být nejvýše 198). Aby součet dvou dvojciferných čísel bylo číslo trojciferné a S bylo 1, musí být L = 9. Pak doplníme ostatní číslice: A je 3, I je 6, M je 5, R je 2, E je 7, F je 8. Provedeme kontrolu:

$$27 + 56 = 83, 40 + 16 = 56, 93 + 16 = 109.$$

## Cvičení

**Cvičení 37.** <sup>67</sup> Nahrďte písmena číslicemi tak, aby platilo:

a)

$$\begin{array}{r} A B C \\ B D \\ D A \\ \hline D C D \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{r} A B C D \\ B C D \\ C D \\ D \\ \hline E F B B \end{array}$$

**Cvičení 38.** <sup>67</sup>, <sup>89</sup> Nahrďte písmena číslicemi tak, aby platilo:

$$\begin{array}{r} O S E L \\ S E L \\ E L \\ L \\ \hline 1 0 0 3 4 \end{array}$$

**Cvičení 39.** <sup>67</sup> Najděte řešení úlohy:

$$A B A B : B = B C B$$

**Cvičení 40.** <sup>67</sup> Najděte řešení úlohy:

$$A B A B : C = C D C$$

**Cvičení 41.** <sup>67</sup> Jaké číslo skrývá slovo L A M I N O, když platí:

$$L A M I N O \cdot 2 = M I N O L A$$

$$L A M I N O \cdot 3 = A M I N O L$$

$$L A M I N O \cdot 4 = N O L A M I$$

$$L A M I N O \cdot 5 = O L A M I N$$

$$L A M I N O \cdot 6 = I N O L A M$$

$$L A M I N O \cdot 7 = 999\,999$$

**Cvičení 42.** <sup>67</sup>, <sup>89</sup> Zapište součin dvou trojčiferných čísel, aby platilo:

$$\begin{array}{r} x x x \\ . x x x \\ \hline x x x x \\ x x x \\ \hline 55555 \end{array}$$

**Cvičení 43.** <sup>67</sup>, <sup>89</sup> Vyřešte algebrogram:

$$\begin{array}{r} x x x x x x x B \\ . \quad \quad \quad B \\ \hline A A A A A A A A \end{array}$$

**Cvičení 44.** <sup>89</sup> Nahradte písmena číslicemi tak, aby platily naznačené rovnosti:

$$\begin{array}{r} A B B - C D E = C F \\ : \quad - \quad + \\ C B . \quad F B = C B B \\ \hline F G + C H E = C C F \end{array}$$

**Cvičení 45.** <sup>89</sup> Nahradte písmena číslicemi tak, aby platilo:

$$\begin{array}{rcl} \text{a)} & & \text{b)} \\ \begin{array}{r} S E D M \\ S E D M \\ S E D M \\ S E D M \\ \hline \text{Š E S T} \end{array} & & \begin{array}{r} P E T R A \\ J E D E \\ \quad D O \\ \hline P R A H Y \end{array} \end{array}$$

**Cvičení 46.** <sup>89</sup> Nahradte písmena číslicemi tak, aby platily naznačené rovnosti:

$$\begin{array}{rcl} \text{a)} & & \text{b)} \\ \begin{array}{r} K A R E L \\ \text{Č A P E K} \\ \hline M A T K A \end{array} & & \begin{array}{r} M N O H O \\ J Í D E L \\ M N O H O \\ \hline N E M O C Í \end{array} \end{array}$$

### 4.1.3/ Dělitelnost

**Úloha 5.** Tři autobusové linky K, L, M vyjíždějí ze stejné konečné stanice a jezdí v době od 5 hodin do 24 hodin. Linka K má délku okruhu z konečné zpět do konečné stanice 90 minut, linka L 48 minut a linka M 54 minuty. Ráno vyjedou současně v 5 hodin. V kolik hodin a kolikrát se setkají během dne na konečné stanici?

**Řešení:** Hledáme nejmenší společný násobek, případně další společné násobky čísel 90, 48, 54. K tomu je vhodné využít rozkladu čísel na součin prvočinitelů:

$$90 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$$

$$48 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^4 \cdot 3$$

$$54 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 2 \cdot 3^3$$

$$n(90, 48, 54) = 2160. \quad 2160 \text{ min} = 36 \text{ h.}$$

Všechny tři autobusy se na konečné během dne nesetkají. Setkají se jen po dvojicích.

$$n(90, 48) = 720, \quad n(90, 54) = 270, \quad n(48, 54) = 432$$

$$720 \text{ min} = 12 \text{ h}, \quad 270 \text{ min} = 4,5 \text{ h} = 4 \text{ h } 30 \text{ min}, \quad 432 \text{ min} = 7,2 \text{ h} = 7 \text{ h } 12 \text{ min}$$

Autobusy K a L se setkají po 12 hodinách, tedy v 17 hodin. Autobusy K a M se setkají po 4 h 30 min, tedy v 9h 30 min, ve 14 hodin, v 18 h 30 min a ve 23 hodin. Autobusy L a M se setkají po 7 hodinách a 12 minutách, tedy ve 12 h 12 min, v 19 h 24 min.

**Úloha 6.** Máme dvě přirozená čísla  $a, b$ , která nejsou dělitelná třemi. Pak vždy jedno z čísel  $a+b$ ,  $a-b$  je dělitelné třemi. Ověřte.

**Řešení:** Mladší děti přistupují k řešení experimentálně, tj. volí různá čísla a ověřují platnost tvrzení. Např.  $a=7, b=10$ ,  $a+b=17$  není dělitelné třemi, ale  $a-b=-3$  je dělitelné třemi. Nebo  $a=11, b=10, a+b=21$  je dělitelné třemi,  $a-b=1$  není dělitelné třemi.

Starší děti se mohou pokusit o zobecnění: Pokud čísla  $a, b$  nejsou dělitelná číslem 3, pak při dělení třemi dávají zbytek 1 nebo 2. Tedy může být  $a=3k+1$  nebo  $a=3k+2$ ,  $b=3l+1$  nebo  $b=3l+2$ . Sečteme-li čísla, která dávají různý zbytek při dělení třemi, pak je třemi dělitelný součet čísel  $a, b$ . Odečteme-li čísla, která dávají při dělení třemi stejný zbytek, pak je rozdíl dělitelný třemi, např.  $3k+1+3l+2=3k+3l+3=3(k+l+1)$ ,  $3k+2-(3l+2)=3k+3l=3(k+l)$ .

### Cvičení

**Cvičení 47.**  Vyberte si dvě po sobě jdoucí lichá přirozená čísla, sečtěte je a zjistěte, kterým číslem je tento součet dělitelný.

**Cvičení 48.**  Zapište libovolné čtyřciferné číslo tvaru ABBA (tzv. symetrické číslo). Zjistěte, kterými čísly je toto číslo dělitelné. Kterým číslem jsou dělitelná všechna symetrická čísla?

**Cvičení 49.** <sup>67</sup> Ověřte, zda platí: jestliže k libovolnému trojčíselnému číslu přičteme totéž číslo, dostaneme šesticíselné číslo, které je dělitelné čísly 7, 11 a 13.

**Cvičení 50.** <sup>67</sup> Věk kapitána vynásobený šířkou jeho lodi a počtem jeho synů a počtem jeho dcer je 5406. Kolik je kapitánovi roků, jak široká je jeho loď a kolik má dětí?

**Cvičení 51.** <sup>67</sup> Najděte nejmenší přirozené číslo, které má právě 20 různých dělitelů.

**Cvičení 52.** <sup>67</sup> Které nejmenší přirozené číslo je dělitelné všemi čísly od 1 do 10?

**Cvičení 53.** <sup>89</sup> Myslím si trojčíselné číslo. Jestliže od něj odečtu 7, bude dělitelné sedmi, jestliže od něj odečtu 8, bude dělitelné osmi, a jestliže od něj odečtu 9, bude dělitelné devíti. Které číslo si myslím?

**Cvičení 54.** <sup>89</sup> Tři chlapci – Filip, Marek a Tomáš sbírají modely autíček. Kdyby měl Filip dvakrát více, než má, Marek měl pětikrát více, než má, a Tomáš měl sedmkrát více, než má, měli by všichni tři stejně. Kolik má každý z nich modelů, když Marek má méně než 20?

**Cvičení 55.** <sup>67, 89</sup> Dva sadaři koupili stromky, které chtěli vysázet do řad. První sadař zjistil, že když by sázel stromky do řad po dvou, jeden stromek mu zbude. Kdyby je sázel po třech, po čtyřech, po pěti nebo po šesti, vždy mu jeden stromek zbude. Teprve když by je sázel do řad po sedmi, žádný stromek by mu nezbyl. Druhý sadař měl jiný problém. Když by je sázel po dvou, jeden stromek mu zbyl. Když je chtěl sázet po třech, zbyly dva stromky. Když po čtyřech, zbyly tři stromky, když po pěti, zbyly čtyři stromky, a když po šesti, zbylo pět stromků. Teprve kdyby je sázel po sedmi, nezbyl by žádný stromek. Kolik stromků koupil každý ze sadařů, když jich celkově nebylo více než 500?

**Cvičení 56.** <sup>89</sup> Která čísla menší než 1 000 dávají při dělení pěti zbytek čtyři, při dělení šesti zbytek jedna a při dělení sedmi zbytek 3?

**Cvičení 57.** <sup>89</sup> Tatínek, maminka a jejich čtyři děti slaví narozeniny ve stejný den. Když svoje věky vynásobí, dostanou číslo 180 523. Když je sečtou, dostanou číslo domu, ve kterém bydlí. Kolik je každému z nich roků a jaké je číslo jejich domu?

**Cvičení 58.** <sup>89</sup> Trojčíselné číslo  $a8b$  je dělitelné čísly 3, 4 a 5. Určete cifry  $a$ ,  $b$ .

**Cvičení 59.** <sup>89</sup> Pěticíselné číslo  $5a1b6$  je dělitelné čísly 8 a 9. Určete číslice  $a$ ,  $b$ .

**Cvičení 60.** <sup>89</sup> Sedmicíselné číslo  $7a41b4c$  je dělitelné číslem 120. Určete číslice  $a$ ,  $b$ ,  $c$ .

**Cvičení 61.** <sup>89</sup> Určete, zda je číslo 7 018 dělitelné čísly 7, 11 a 13.

**Cvičení 62.** <sup>89</sup> Přesvědčte se, že platí: Součet tří po sobě jdoucích mocnin čísla 2 je vždy dělitelný číslem 7. Pokuste se zdůvodnit.

**Cvičení 63.** <sup>89</sup> Co nejrychleji zjistěte, zda dané číslo je prvočíslo:

- a) 871,
- b) 607.

**Cvičení 64.** 67, 89 Rozhodněte, která tvrzení platí, a pokud platí, ověřte je. Ve všech případech uvažujte přirozená čísla. (Sudé číslo zapisujeme např. ve tvaru  $2k$ , liché číslo ve tvaru  $2k + 1$ .)

- a) Součet dvou po sobě jdoucích lichých čísel je dělitelný čtyřmi.
- b) Součin dvou po sobě jdoucích čísel je dělitelný dvěma.
- c) Součin dvou lichých čísel je liché číslo.
- d) Součin dvou sudých čísel je dělitelný čtyřmi.
- e) Součin dvou po sobě jdoucích sudých čísel je dělitelný osmi.
- f) Součet dvou po sobě jdoucích mocnin čísla dvě je dělitelný třemi.

#### 4.1.4/ Poměr

**Úloha 7.** Délky stran dvou čtverců jsou v poměru  $5 : 7$ . V jakém poměru budou jejich obsahy?

**Řešení:** Označíme jako  $x$  délkovou jednotku, pak  $a = 5x$ ,  $b = 7x$  a obsahy čtverců budou  $25x^2$  a  $49x^2$ , poměr obsahů bude  $a^2 : b^2 = 25 : 49$ .

**Úloha 8.** Objem kváдру je  $1620 \text{ cm}^3$ . Délky jeho hran jsou v poměru  $a : b : c = 4 : 3 : 5$ . Určete délky hran kváдру a jeho povrch.

**Řešení:** Označíme jako  $x$  délkovou jednotku.

$$1620 = 4x \cdot 3x \cdot 5x = 60x^3, x = 3 \text{ cm.}$$

$$a = 12 \text{ cm, } b = 9 \text{ cm, } c = 15 \text{ cm.}$$

$$S = 2(12 \cdot 9 + 12 \cdot 15 + 9 \cdot 15) \text{ cm}^2 = 846 \text{ cm}^2$$

Povrch kváдру je  $846 \text{ cm}^2$ .

#### Cvičení

**Cvičení 65.** 89 Poměry obsahů dvou kruhů jsou  $16 : 121$ . Jaký je poměr poloměrů těchto kruhů?

**Cvičení 66.** 89 Obsah lichoběžníku ABCD je  $72 \text{ cm}^2$ . Poměr délek jeho základů a výšky je  $a : c : v = 5 : 3 : 2$ . Vypočítejte délky jeho základů a výšku.

**Cvičení 67.** 89 Kamarádky Sylva, Linda a Dita sbírají panenky. Kdyby měla Sylva dvakrát více panenek, než má, Linda pětkrát více, než má, a Dita desetkrát více, než má, měly by všechny stejně. Kolik panenek má každá, když Linda jich má méně než 10?

**Cvičení 68.** 89 Setkali se kamarádi Jonáš a Martin a Jonáš se ptal Martina, kolik je mu roků. Martin odpověděl: Naše stáří je nyní v poměru  $4 : 3$ . Kdybych byl o polovinu svého věku mladší, bylo by mi tolik, kolik bylo tobě před deseti lety. Kolik je každému z nich roků?